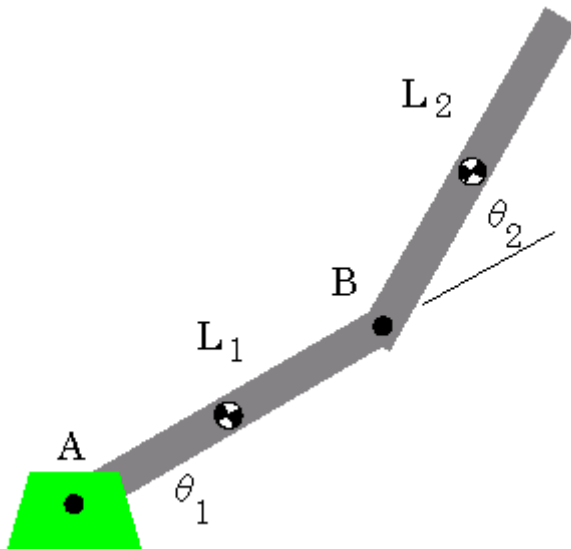


ラグランジュ ( 2 ) 練習問題



アーム 1

L1 : アームの長さ

L1c : ピボット A から重心までの  
距離

m1 : 質量

J1c : 重心まわりの慣性 2 次モー  
メント

アーム 2

L2c : ピボット B から重心までの  
距離

( 他はアーム 1 参照 )

$$\begin{bmatrix} L1 & Lc1 \\ L2 & Lc2 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ m} \quad \begin{bmatrix} m1 \\ m2 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ kg} \quad \begin{bmatrix} J1 \\ J2 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ kgm}^2$$

の 2 自由度アームの

$$\begin{bmatrix} \theta1 & \omega1 \\ \theta2 & \omega2 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} \frac{\pi}{12} & 0.5 \\ \frac{\pi}{6} & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \alpha1 \\ \alpha2 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

の状態にたいする、ピボット A、B のトルクを求めよ。

-----

( 解法 1 )

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \end{pmatrix}$$

ただし、

$$M_{11} = (m_1 L_{c1}^2 + J_{c1} + m_2 L_1^2 + m_2 L_{c2}^2 + 2m_2 L_1 L_{c2} C_2 + J_{c2})$$

$$M_{12} = (m_2 L_{c2}^2 + m_2 L_1 L_{c2} C_2 + J_{c2})$$

$$M_{21} = (m_2 L_{c2}^2 + m_2 L_1 L_{c2} C_2 + J_{c2})$$

$$M_{22} = (m_2 L_{c2}^2 + J_{c2}) \dot{\omega}_2$$

$$c_1 = -m_2 L_1 L_{c2} S_2 \omega_2 (2\omega_1 + \omega_2)$$

$$c_2 = m_2 L_1 L_{c2} S_2 \omega_1^2$$

$$g_1 = m_1 g L_{c1} C_1 + m_2 g (L_1 C_1 + L_{c2} C_{12})$$

$$g_2 = m_2 g L_{c2} C_{12}$$

打ち出し結果

58.6557314970536

14.3592929112563

プログラム

```
!ラグ 02.bas
dim MM(2,2),cc(2),gg(2),TT(2),aa(2),MMA(2),MMAC(2),MMACG(2)

let g=9.8
let dz=0.001
let dw=0.001
let dt=0.001

let z1=pi/12
let z2=pi/6
let w1=0.5
let w2=2
let a1=0
let a2=0

let L1=2
let Lc1=1
let L2=2
let Lc2=1

let m1=2
let m2=2
```

```

let J1=2
let J2=2

let MM(1,1)=m1*Lc1^2+Jc1+m2*(L1^2+Lc2^2+2*L1*Lc2*cos(z2))+J2
let MM(1,2)=m2*(Lc2^2+L1*Lc2*cos(z2)+J2)
let MM(2,1)=MM(1,2)
let MM(2,2)=(m2*Lc2^2+J2)
let cc(1)=-m2*L1*Lc2*sin(z2)*w2*(2*w1+w2)
let cc(2)=m2*L1*Lc2*sin(z2)*w1^2
let gg(1)=m1*g*Lc1*cos(z1)+m2*g*(L1*cos(z1)+Lc2*cos(z1+z2))
let gg(2)=m2*g*Lc2*cos(z1+z2)

let AA(1)=a1
let AA(2)=a2
mat MMA=MM*AA
mat MMAC=MMA+CC
mat MMACG=MMAC+GG
mat TT=MMACG

mat print TT
END

```

( 解法 2 )

数値計算で、ラグランジュ方程式を計算させる。 プログラムを解読せよ。

打ち出し結果

58.6163972676345 14.3510628350337

プログラム

!ラグ 01.bas

```

let g=9.8
let dz=0.001
let dw=0.001
let dt=0.001

let z1=pi/12
let z2=pi/6
let w1=0.5
let w2=2
let a1=0
let a2=0

let L1=2
let Lc1=1
let L2=2

```

```

let Lc2=1

let m1=2
let m2=2

let J1=2
let J2=2

def v2x(z1,z2,w1,w2)=-L1*sin(z1)*w1-Lc2*sin(z1+z2)*(w1+w2)
def v2y(z1,z2,w1,w2)=L1*cos(z1)*w1+Lc2*cos(z1+z2)*(w1+w2)

def vc12(w1)=Lc1*w1
def vc22(z1,z2,w1,w2)=v2x(z1,z2,w1,w2)^2+v2y(z1,z2,w1,w2)^2
def K1(z1,w1)=0.5*m1*vc12(w1)+0.5*Jc1*w1^2
def P1(z1,w1)=m1*g*Lc1*sin(z1)

def K2(z1,z2,w1,w2)=0.5*m2*vc22(z1,z2,w1,w2)+0.5*Jc2*(w1+w2)^2
def P2(z1,z2,w1,w2)=m2*g*L1*sin(z1)+m2*g*Lc2*sin(z1+z2)

def LL(z1,z2,w1,w2)=K1(z1,w1)+K2(z1,z2,w1,w2)-P1(z1,w1)-P2(z1,z2,w1,w2)

def dLdw1(z1,z2,w1,w2)=(LL(z1,z2,w1+dw,w2)-LL(z1,z2,w1,w2))/dw
let dLdw1dt=(dLdw1(z1+w1*dt,z2+w2*dt,w1+a1*dt,w2+a2*dt)-dLdw1(z1,z2,w1,w2))/dt
let dL1dz=(LL(z1+dz,z2,w1,w2)-LL(z1,z2,w1,w2))/dz

let T1=dLdw1dt-dL1dz

def dLdw2(z1,z2,w1,w2)=(LL(z1,z2,w1,w2+dw)-LL(z1,z2,w1,w2))/dw
let dLdw2dt=(dLdw2(z1+w1*dt,z2+w2*dt,w1+a1*dt,w2+a2*dt)-dLdw2(z1,z2,w1,w2))/dt
let dL2dz=(LL(z1,z2+dz,w1,w2)-LL(z1,z2,w1,w2))/dz

let T2=dLdw2dt-dL2dz

print T1;T2
END

```