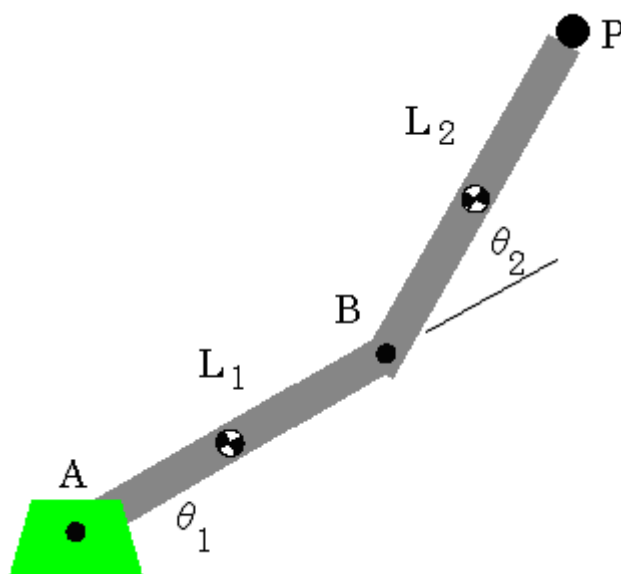


ヤコビアン 1



上の2自由度アームにおいて手先Pの位置ベクトル \vec{r} は次のようにあらわされる。

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix}$$

したがって、

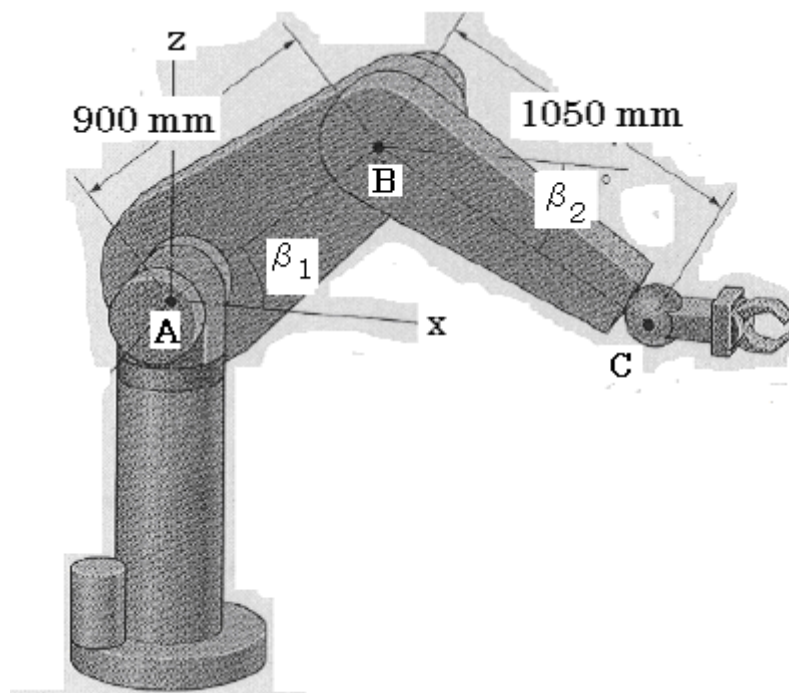
$$\begin{aligned} d\vec{r} = \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} d\theta_1 + \frac{\partial x}{\partial \theta_2} d\theta_2 \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} d\theta_1 + \frac{\partial y}{\partial \theta_2} d\theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\theta_1 \\ d\theta_2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -L_1 \sin \theta_1 - L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\theta_1 \\ d\theta_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

ここで、

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} \end{pmatrix}$$

のようなマトリクスをヤコビアンという。 ヤコビアンから下が得られる。

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix} \quad \text{または} \quad \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \end{pmatrix} = J^{-1} \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$$



点BとCは $z-x$ 平面上にある。アームABとBCは $\beta_1 = 40^\circ$ と $\beta_2 = -30^\circ$ にあり、角速度は $\dot{\beta}_1 = -0.2\hat{j}$ と $\dot{\beta}_2 = 0.4\hat{j}$ である。 C点の速度を求めよ

(解法)

$$\begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 900 \\ 1050 \end{pmatrix} \text{mm} \quad \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \frac{\pi}{180} \begin{pmatrix} 40 \\ 40 - 30 \end{pmatrix} \text{rad} \quad \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.2 \\ 0.4 \end{pmatrix} \text{rad/s}$$

十進 BASIC で求めよう。

プリント結果 vx mm/s = -45.1675633114088 vy mm/s = -2.9026017272436

```
!jacob01.bas
dim J(2,2),w(2),v(2)
let L1=900
let L2=1050
let z1=40*pi/180
let z2=10*pi/180
let w(1)=-0.2
let w(2)=0.4
```

```
let J(1,1)=-L1*sin(z1)-L2*sin(z1+z2)
let J(1,2)=-L2*sin(z1+z2)
let J(2,1)=L1*cos(z1)+L2*cos(z1+z2)
let J(2,2)=L2*cos(z1+z2)
```

```
mat v=J*w
```

```
print "vx mm/s =" ;v(1);"vy mm/s =" ;v(2)
END
```