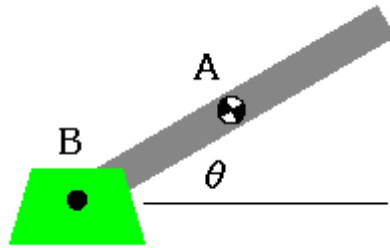


例題 1



マニプレータのアームを考える。長さ L 、点 B から重心 A までの距離 $L_{c1} = 0.5$ m である。角度 $= \pi/6$ の位置で、 $\dot{\theta} = \omega = 1$ rad/s、 $\ddot{\theta} = \alpha = 0.3$ rad/s² で動いているときの点 A の加速度を求めてみよう。

もっとも根本にもどる。

公式では

$$\vec{r}_{G/B} = \begin{pmatrix} C_1 & -S_1 \\ S_1 & C_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_{c1} \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{a}_{G/B} = \begin{pmatrix} -L_{c1}S_1\alpha - L_{c1}C_1\omega^2 \\ L_{c1}C_1\alpha - L_{c1}S_1\omega^2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

だが、左の式 (x 軸上にある L_{c1} の点を原点まわりに角度 θ まわしてその座標をもとめる) を知ってはいるが、加速度をもとめる右側の公式を知らなかった場合どうしようか。

左の式を数値計算で 2 回微分して、加速度をもとめるのが、もっとも基本的な手段であろう。

!基本 01.bas 06-2-27

```
dim R1(2,2),xx(2),x(2),xprev(2),dx(2),v(2),vprev(2),dv(2),a(2)
```

```
let dt=0.00001
```

```
let Lc1=0.5
```

```
let t1=pi/6
```

```
let w1=1
```

```
let alpha=0.3
```

```
let xx(1)=Lc1
```

```
def c(t)=cos(t)
```

```
def s(t)=sin(t)
```

```
for i=1 to 3
```

```
  let R1(1,1)=c(t1)
```

```
  let R1(1,2)=-s(t1)
```

```
  let R1(2,1)=s(t1)
```

```
  let R1(2,2)=c(t1)
```

```
  mat x=R1*xx
```

```

mat dx=x-xprev
mat v=(1/dt)*dx
mat dv=v-vprev
mat a=(1/dt)*dv

let t1=t1+w1*dt
let w1=w1+alpha*dt
mat xprev=x
mat vprev=v
next i

mat print x
mat print v
print "数値計算による近似解"
mat print a

```

```

!-----検算
print "厳密解"
let t1=pi/6
print -Lc1*s(t1)*alpha-Lc1*c(t1)*w1^2
print Lc1*c(t1)*alpha-Lc1*s(t1)*w1^2
END

```

プリント結果

```

- .2500072452          .4330102509

```

数値計算による近似解

```

- .50801              - .1201

```

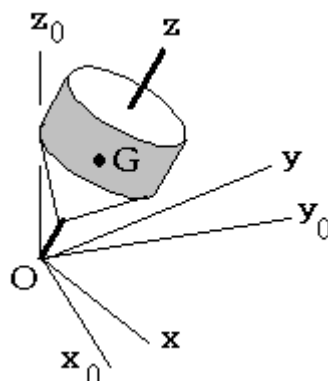
厳密解

```

- .508020496155927
- .120100689452584

```

例題 2



こまが公転と自転をしている。こまの軸を z 軸とする回転座標 x - y - z をとり、絶対垂直軸 z_0 のまわりに等速回転するものとする。角度をオイラー角でとる。

- (1) こまの $\theta_1 = 0$ のときの絶対角速度を求めよ。
- (2) こまの $\theta_1 = 0$ のときの回転座標での角速度をもとめよ。
- (3) こまの重心の絶対速度を求めよ。

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ 0 \\ \omega_3 \end{pmatrix} \quad R_1 = \begin{pmatrix} c1 & -s1 & 0 \\ s1 & c1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R_2 = \begin{pmatrix} c3 & 0 & s3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -s3 & 0 & c3 \end{pmatrix} \quad \text{とすると}$$

$$R'_1 = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_1 & 0 \\ \omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad R'_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \omega_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\omega_3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad .$$

(1) こまの $\theta_1 = 0$ のときの絶対角速度は

$$\vec{\omega}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_1 \end{pmatrix} + R_1 R_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c2 & 0 & s2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -s2 & 0 & c2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_3 \cdot s2 \\ 0 \\ \omega_1 + \omega_3 c2 \end{pmatrix}$$

(2) こまの $\theta_1 = 0$ のときの回転座標での角速度は

$$\vec{\omega} = R_2^{-1} \vec{\omega}_0 = \begin{pmatrix} c2 & 0 & -s2 \\ 0 & 1 & 0 \\ s2 & 0 & c3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_3 \cdot s2 \\ 0 \\ \omega_1 + \omega_3 c2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega_1 \cdot s2 \\ 0 \\ \omega_3 + \omega_1 \cdot c2 \end{pmatrix}$$

(3) こまの重心の絶対速度をもとめる。 まず、絶対位置は

$$\vec{r}_0 = R_1 R_2 R_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{pmatrix} \quad \text{ただし } R_3 = \begin{pmatrix} c3 & -s3 & 0 \\ s3 & c3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{また } R'_3 = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & 0 \\ \omega_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

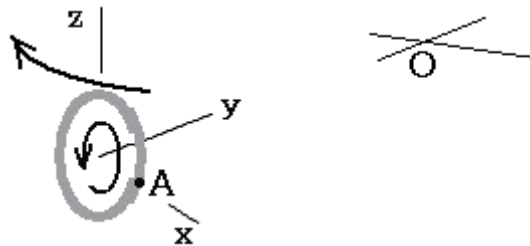
ゆえに

$$\vec{v}_0 = \frac{d\vec{r}_0}{dt} = R'_1 R_2 R_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{pmatrix} + R_1 R_2 R'_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{pmatrix}$$

$\theta_1 = 0$ 、 $\theta_3 = 0$ のとき

$$\begin{aligned} \vec{v}_0 &= \\ &= \begin{pmatrix} 0 & -\omega_1 & 0 \\ \omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c2 & 0 & s2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -s2 & 0 & c2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c2 & 0 & s2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -s2 & 0 & c2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & 0 \\ \omega_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ h\omega_1 \cdot s2 \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

例題 3



車の半径 0.36 m のタイヤが平面を転がる。 タイヤの芯は 5 m/s の速度をもつ。 タイヤ中心 B が回転半径 10 m で車は曲がりつつある。 タイヤ最後部の点 A (タイヤ幅の中心にある) のこの瞬間の速度ベクトルを求めよ。 また、この瞬間の速度ベクトルを求めよ。

(Dynamics, Bedford & Fowler, Addison-Wesley Pub.,p.424)

 数値計算で求めてみよう。

!基本 03a.bas 06-3-3

```

dim                                     mat x=R*x
R1(4,4),R2(4,4),R3(4,4),R23(4,4),R(4,4),xe(4),x(4)
dim xprev(4),dx(4),v(4),vprev(4),dv(4),a(4)   mat dx=x-xprev
let dt=0.0001                                 mat v=(1/dt)*dx
let w1=5/10                                    mat dv=v-vprev
let w2=-5/0.36                                 mat a=(1/dt)*dv

def c(t)=cos(t)                                mat xprev=x
def s(t)=sin(t)                                mat vprev=v

let xe(1)=0.36                                  let t1=t1+w1*dt
let xe(4)=1                                      let t2=t2+w2*dt
next i

for i=1 to 3
    let R1(1,1)=c(t1)                            mat print v
    let R1(1,2)=-s(t1)                          mat print a
    let R1(2,1)=s(t1)                            END
    let R1(2,2)=c(t1)
    let R1(3,3)=1
    let R1(4,4)=1

    mat R2=IDN
    let R2(2,4)=10

    let R3(1,1)=c(t2)
    let R3(1,3)=s(t2)
    let R3(2,2)=1
    let R3(3,1)=-s(t2)
    let R3(3,3)=c(t2)
    let R3(4,4)=1

    mat R23=R2*R3
    mat R=R1*R23
    
```

プリント結果

-5.01043014364	.179623785
4.99998874743277	0
-69.5342406	-2.51041
-.0964505711	0

