

## 可制御行列の計算

1. 状態変数と係数行列が次のような場合にその可制御性を調べよ。

$$X = \begin{pmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ i \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & -6 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad c = (1 \ 0 \ 0)$$

(演習制御工学、機械学会、p.84 例 10.1)

可制御行列 V を調べる。

VVV=(B AB AAB)=

0	0	3
0	3	-24
1	-6	33

このシステムの次数は 3 であり、可制御行列 V のランクは計算から 3 であることがわかり、このシステムは可制御である。

determinant(VVV)=-9

!可制御 01.bas

dimA(3,3),B(3,1),c(1,3), AB(3,1),AAB(3,1),VVV(3,3)

```
let A(1,2)=1
let A(2,2)=-2
let A(2,3)=3
let A(3,2)=-1
let A(3,3)=-6
let B(3,1)=1
let c(1,1)=1
```

```
mat AB=A*B
mat AAB=A*AB
```

```
for ii=1 to 3
  let VVV(ii,1)=B(ii,1)
  let VVV(ii,2)=AB(ii,1)
  let VVV(ii,3)=AAB(ii,1)
next ii
```

```
print"VVV=(B AB AAB)="
mat print VVV
print "determinant(VVV)=";det(VVV)
END
```

2. 倒立振り子の状態方程式が次で与えられる。 可制御行列を計算しよう。

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{mL(m+M)g}{J(m+M)+mML^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{-m^2L^2g}{J(m+M)+mML^2} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{-mL}{J(m+M)+mML^2} \\ 0 \\ \frac{J+mL^2}{J(m+M)+mML^2} \end{pmatrix} u$$

「機械制御入門」(末松著、オーム社 1990 年第 1 版第 2 刷)

[ 可制御性 ] 以下のプログラムを解読せよ。

```
!inverted pendulum
!機械制御入門 p.90 可制御性
! 可制御 02.bas

dim A(4,4),B(4,1),D(4,4),Ax(4)
dim K(1,4),u(1),BK(4,4),IS(4,4),IS_D(4,4)
dim AB(4,1),AAB(4,1),AAAB(4,1),VVVV(4,4)

let m=1
let L=1
let mm=1
let g=9.8
let J=m*L^2/3

let aa=J*(m+mm)+m*mm*L^2

let A(1,2)=1
let A(2,1)=(m*L*(m+mm)*g)/aa
let A(3,4)=1
let A(4,1)=-m^2*L^2*g/aa

let B(2,1)=-m*L/aa
let B(4,1)=(J+m*L^2)/aa

mat AB=A*B
mat AAB=A*AB
mat AAAB=A*AAB

for ii=1 to 4
  let VVVV(ii,1)=B(ii,1)
  let VVVV(ii,2)=AB(ii,1)
  let VVVV(ii,3)=AAB(ii,1)
  let VVVV(ii,4)=AAAB(ii,1)
next ii

print"VVVV=(B AB AAB AAAB)"
print
"determinant(VVVV)=";det(VVVV)

END
```

プリント結果

```
VVVV=(B AB AAB AAAB)
determinant(VVVV)= 12.4467839999999
```

3. フレキシブルアームの無次元化した状態方程式の係数が次であらわされるとする。 可制御行列を計算しよう。

$$A := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.8 & -9.47 & 0 & 3.37 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.87 & -31.0 & 0 & 15.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.8 & 53.2 & 0 & -36.15 & 0 \end{bmatrix} \quad B := \begin{bmatrix} 0 \\ 0.4 \\ 0 \\ 0.43 \\ 0 \\ 0.4 \end{bmatrix}$$

「機械制御入門」(末松著、オーム社 1990 年第 1 版第 2 刷)

!機械制御入門  
!可制御 03.bas

```

dim A(6,6),B(6,1),AB(6,1),AAB(6,1)
dim AAAB(6,1),AAAAB(6,1),AAAAAB(6,1)
dim VVVVVV(6,6)

let A(1,2)=1
let A(2,2)=-0.8
let A(2,3)=-9.47
let A(2,5)=3.37
let A(3,4)=1
let A(4,2)=-0.87
let A(4,3)=-31.0
let A(4,5)=15.3
let A(5,6)=1
let A(6,2)=-0.8
let A(6,3)=53.2
let A(6,5)=-36.15

let B(2,1)=0.4
let B(4,1)=0.43
let B(6,1)=0.4

mat AB=A*B
mat AAB=A*AB
mat AAAB=A*AAAB
mat AAAAB=A*AAAAB
mat AAAAAB=A*AAAAAB

for ii=1 to 6
  let VVVVVV(ii,1)=B(ii,1)
  let VVVVVV(ii,2)=AB(ii,1)
  let VVVVVV(ii,3)=AAB(ii,1)
  let VVVVVV(ii,4)=AAAB(ii,1)
  let VVVVVV(ii,5)=AAAAB(ii,1)
  let VVVVVV(ii,6)=AAAAAB(ii,1)
next ii
print"VVVVVV=(B AB A2B A3B A4B A5B)"
mat print VVVVVV
print "determinant(VVVVVV)=";det(VVVVVV)
END

```

プリント結果

```

VVVVVV=(B AB A2B A3B A4B A5B)
0      .4      -0.32     -2.4681     4.19164     91.51358
.4     -0.32    -2.4681     4.19164     91.51358    -166.09520749
0      .43     -0.348     -6.9316     8.039247     343.9144732
.43    -0.348   -6.9316     8.039247    343.9144732  -404.8916076
0      .4      -0.32     8.672      -4.97112     -685.607232
.4     -0.32     8.672     -4.97112   -685.607232  534.1830644

```

determinant(VVVVVV)=-56010.895129143