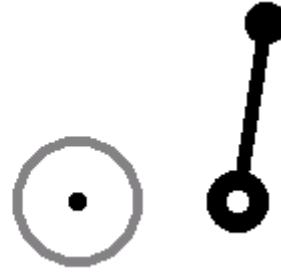


バランス 2 輪車の制御



倒立振り子 2 輪車



タイヤ シャーシ

車輪にたいして

タイヤ質量

$$M_T = 0.17 \times 2 = 0.34 \text{ kg}$$

$$\text{慣性モーメント } J_T = 3.4 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

$$\text{外周半径 } R = 0.1 \text{ m}$$

シャーシにたいして

$$\text{下質量 } m_1 = 0.5 \text{ kg}$$

$$\text{上質量 } m_2 = 1 \text{ kg}$$

$$\text{長さ } l = 0.4 \text{ m}$$

$$M = M_T + m_1 + m_2 + J_T / R^2 = 2.18 \text{ kg}$$

$g = 9.8 \text{ m/s}^2$ としてこれらを次の状態方程式の右辺の第 1 項に入れる。

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{m_2}{M-m_2}g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{M}{M-m_2} \frac{g}{l} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{M-m_2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{l} \right) \\ 0 \\ -\frac{1}{M-m_2} \frac{1}{l} \left(\frac{1}{R} + \frac{M}{m_2} \frac{1}{l} \right) \end{pmatrix} C$$

ここで状態行列に数値を入れて次を得る。

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2.917 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 31.792 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 7.44 \\ 0 \\ -31.101 \end{pmatrix}$$

上の例で極を $-2+i$ 、 $-2-i$ 、 $-1+2i$ 、 $-1-2i$ に配置した場合のフィードバック

ク係数行列 $K = (k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4)$ をプログラムで求める。

```

!balancing scooter
!極配置 04.bas
option arithmetic complex
dim A(4,4),B(4,1),D(4,4),Ax(4)
dim K(1,4),u(1),BK(4,4),IS(4,4),IS_D(4,4)
dim AAA(4,4),BBB(4,1),CCC(4,4)
let i=complex(0,1)
let A(1,2)=1
let A(2,3)=-2.917
let A(3,4)=1
let A(4,3)=31.792
let B(2,1)=7.44
let B(4,1)=-31.101
let s=-2+i
for ii=1 to 4
  let K(1,1)=1
  let K(1,2)=1
  let K(1,3)=1
  let K(1,4)=1
  mat BK=B*K
  mat D=A+BK
  mat Is=s*IDN(4)
  mat IS_D=Is-D
  let PPP1=det(IS_D)
  let RPP1=Re(PPP1)
  let IPP1=Im(PPP1)
  let K(1,ii)=0
  mat BK=B*K
  mat D=A+BK
  mat Is=s*IDN(4)
  mat IS_D=Is-D
  let PPP2=det(IS_D)
  let RPP2=Re(PPP2)
  let IPP2=Im(PPP2)
  let AAA(3,ii)=RPP1-RPP2
  let AAA(4,ii)=IPP1-IPP2
next ii
let K(1,1)=0
let K(1,2)=0
let K(1,3)=0
let K(1,4)=0
mat BK=B*K
mat D=A+BK
mat Is=s*IDN(4)
mat IS_D=Is-D
let PPP1=det(IS_D)
let RPP1=Re(PPP1)
let IPP1=Im(PPP1)
let BBB(1,1)=-RPP1
let BBB(2,1)=-IPP1
let s=-1+2*i

```

```

for ii=1 to 4
  let K(1,1)=1
  let K(1,2)=1
  let K(1,3)=1
  let K(1,4)=1
  mat BK=B*K
  mat D=A+BK
  mat Is=s*IDN(4)
  mat IS_D=Is-D
  let PPP1=det(IS_D)
  let RPP1=Re(PPP1)
  let IPP1=Im(PPP1)
  let K(1,ii)=0
  mat BK=B*K
  mat D=A+BK
  mat Is=s*IDN(4)
  mat IS_D=Is-D
  let PPP2=det(IS_D)
  let RPP2=Re(PPP2)
  let IPP2=Im(PPP2)
  let AAA(3,ii)=RPP1-RPP2
  let AAA(4,ii)=IPP1-IPP2
next ii
let K(1,1)=0
let K(1,2)=0
let K(1,3)=0
let K(1,4)=0
mat BK=B*K
mat D=A+BK
mat Is=s*IDN(4)
mat IS_D=Is-D
let PPP2=det(IS_D)
let RPP2=Re(PPP2)
let IPP2=Im(PPP2)
let BBB(3,1)=-RPP2
let BBB(4,1)=-IPP2
mat print AAA
mat print BBB
mat CCC=inv(AAA)
mat K=CCC*BBB
mat print K
END

```

プリント結果

```

.171454989605266
.205745987526319
1.64199302667641
.242138521179248

```

k がこれで決まった。

$K = (k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4)$ とおく。特性方程式 $|Is - (A + BK)| = 0$ の根の位置を調べることによって、この制御系の安定性を調べよう。

```
!balancing scooter
!安定性 05.bas
option arithmetic complex
set window -5,5,-5,5
set axis color 1
draw grid with scale(1,1)
dim A(4,4),B(4,1),D(4,4),Ax(4)
dim K(1,4),u(1),BK(4,4),IS(4,4),IS_D(4,4)
```

```
let i=complex(0,1)
```

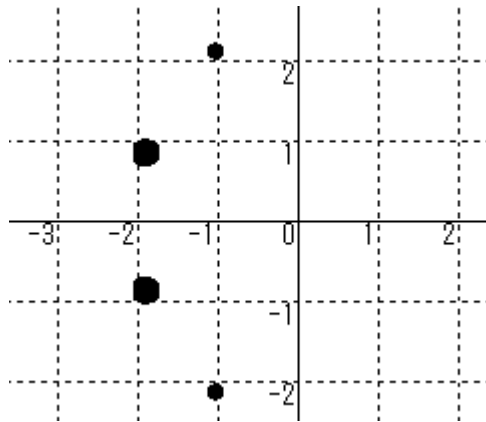
```
let A(1,2)=1
let A(2,3)=-2.917
let A(3,4)=1
let A(4,3)=31.792
```

```
let B(2,1)=7.44
let B(4,1)=-31.101
```

```
data 0.17,0.21,1.64,0.24
mat read K
```

```
for x=-2 to 2 step 0.01
  for y=-2.5 to 2.5 step 0.01
    mat BK=B*K
    mat D=A+BK
    let s=x+i*y
    mat Is=s*IDN(4)
    mat IS_D=Is-D
    let PPP=det(IS_D)
    if 1/abs(PPP)>1 then
      plot points:x,y
    end if
  next y
next x
```

```
END
```



根が 4 個とも左半分にある。

この制御により安定を保てる。