

バランス 2 輪車の安定性



倒立振子 2 輪車

次のような例を考えよう。

車輪にたいして

$$\text{タイヤ質量} \quad M_T = 0.17 \times 2 = 0.34 \quad \text{kg}$$

$$\text{慣性モーメント} \quad J_T = 3.4 \times 10^{-3} \quad \text{kgm}^2$$

$$\text{外周半径} \quad R = 0.1 \quad \text{m}$$

シャーシにたいして

$$\text{下質量} \quad m_1 = 0.5 \quad \text{kg}$$

$$\text{上質量} \quad m_2 = 1 \quad \text{kg}$$

$$\text{長さ} \quad l = 0.4 \quad \text{m}$$

すると

$$M = M_T + m_1 + m_2 + J_T / R^2 = 2.18 \quad \text{kg}$$

$g = 9.8 \text{ m/s}^2$ としてこれらを次の状態方程式の右辺の第 1 項に入れる。

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{m_2}{M-m_2}g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{M}{M-m_2} \frac{g}{l} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{M-m_2} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{l} \right) \\ 0 \\ -\frac{1}{M-m_2} \frac{1}{l} \left(\frac{1}{R} + \frac{M}{m_2} \frac{1}{l} \right) \end{pmatrix} C$$

ここで状態行列に数値を入れて次を得る。

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2.917 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 31.792 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 7.44 \\ 0 \\ -31.101 \end{pmatrix}$$

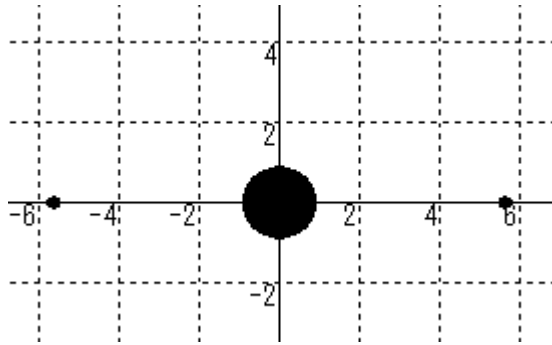
特性方程式から $|Is - A| = 0$ の根の位置を調べる。

```
!2D バランス 2 輪車
!安定性 04.bas
option arithmetic complex
set window -10,10,-10,10
set axis color 1
draw grid(2,2)
dim A(4,4),IS(4,4),IS_A(4,4)
```

```
let i=complex(0,1)
```

```
let A(1,2)=1
let A(2,3)=-2.917
let A(3,4)=1
let A(4,3)=31.792
```

```
for x=-10 to 10 step 0.02
  for y=-1 to 1 step 0.02
    let s=x+i*y
    mat IS=s*IDN(4)
    mat IS_A=IS-A
    let PPP=det(IS_A)
    if 1/abs(PPP)>0.05 then
      plot points:x,y
    end if
  next y
next x
END
```



根が右半分にある。 原点には重根があるようだ。

不安定である。

では、可制御性を調べてみよう。 ランクは4である。 可制御である。

```
!balancing scooter
!可制御 04.bas

dim A(4,4),B(4,1),D(4,4),Ax(4)
dim K(1,4),u(1),BK(4,4),IS(4,4),IS_D(4,4)
dim AB(4,1),AAB(4,1),AAAB(4,1),VVVV(4,4)
let A(1,2)=1
let A(2,3)=-2.917
let A(3,4)=1
let A(4,3)=31.792

let VVVV(ii,1)=B(ii,1)
let VVVV(ii,2)=AB(ii,1)
let VVVV(ii,3)=AAB(ii,1)
let VVVV(ii,4)=AAAB(ii,1)
next ii
print"VVVV=(B AB AAB AAAB)"
mat print VVVV
print "determinant(VVVV)=";det(VVVV)
END
```

```

let B(2,1)=7.44
let B(4,1)=-31.101
mat AB=A*B
mat AAB=A*AB
mat AAAB=A*AAB
for ii=1 to 4

```

```

プリント
determinant(VVVV)=
20564988.3255697

```

出力方程式を下のようにとる。

$$y = \begin{pmatrix} x \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = Cx$$

可観測性を計算する。 プリント結果を見ると可観測性があるようだ。

```

!balancing scooter
!可観測性
!可観測 02.bas

```

	プリント結果			
dim A(4,4),B(4,1),D(4,4),Ax(4)	1	0	0	0
dim K(1,4),u(1),BK(4,4),IS(4,4),IS_D(4,4)	0	0	1	0
dim C(2,4),CA(2,4),CAA(2,4),CAAA(2,4),S(8,4)	0	1	0	0
let A(1,2)=1	0	0	0	1
let A(2,3)=-2.917	0	0	-2.917	0
let A(3,4)=1	0	0	31.792	0
let A(4,3)=31.792	0	0	0	-2.917
let C(1,1)=1	0	0	0	31.792
let C(2,3)=1	0	0	0	0
mat CA=C*A	0	0	0	31.792
mat CAA=CA*A				
mat CAAA=CAA*A				
for ii=1 to 4				
let S(1,ii)=C(1,ii)				
let S(2,ii)=C(2,ii)				
let S(3,ii)=CA(1,ii)				
let S(4,ii)=CA(2,ii)				
let S(5,ii)=CAA(1,ii)				
let S(6,ii)=CAA(2,ii)				
let S(7,ii)=CAAA(1,ii)				
let S(8,ii)=CAAA(2,ii)				
next ii				
mat print S				
END				