

## 第 8 章 入力と出力

### 8 . 3

( 1 )  $t = 5$  直後の Output は Functions  $u(t)$  と  $g(t)$  の Convolution  $u * g$  は

$u * g = u(0)g(5) + u(1)g(4) + u(2)g(3) + u(3)g(2) + u(4)g(1) + u(5)g(0)$  に数値  $u(t)$  と関数  $g(t)$  を代入して

$$u * g = 0e^{-1} + 0.1e^{-0.8} + 0.4e^{-0.6} + 0.6e^{-0.4} + 0.8e^{-0.2} + 1e^{-0}$$

( 2 ) Convolution  $g * u$  は

$g * u = g(0)u(5) + g(1)u(4) + g(2)u(3) + g(3)u(2) + g(4)u(1) + g(5)u(0)$  に関数  $g(t)$  と数値  $u(t)$  とを代入して

$$g * u = e^{-0} \cdot 1 + e^{-0.2} \cdot 0.8 + e^{-0.4} \cdot 0.6 + e^{-0.6} \cdot 0.4 + e^{-0.8} \cdot 0.2 + e^{-1} \cdot 0$$

### 8 . 4 一般化して Convolution を Integral の形であらわせば

ラプラス変換で使う場合

$$f * g = \int_0^t f(x)g(t-x)dx$$

$$g * f = \int_0^t g(x)f(t-x)dx$$

フーリエ変換で使う場合

$$f * g = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)g(t-x)dx$$

$$g * f = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(t-x)dx$$

教科書中の Image によって確認すること。

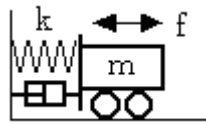
### 8 . 5 周波数伝達関数 Frequency transfer function

Output function が  $g(t)$  のシステムに Periodic function  $e^{i\omega t}$  の Input を加えると、その

Output  $y(t)$  は  $y(t) = e^{i\omega t} \cdot G(i\omega)$  となることの証明。

ここで、晴れて  $G(i\omega)$  が周波数伝達関数 Frequency transfer function に任命される。

8 . 8



答 周波数伝達関数  $G(i \cdot \omega) = \frac{1}{m(i\omega)^2 + c(i\omega) + k}$

8 . 9  $\omega = 1$  [rad/s]、  $m = 1$  [kg]、  $k = 1$  [N/m]、  $c = 1$  [Ns/m]のときのゲインと位相。

$$G = \frac{1}{i^2 + i + 1} = \frac{1}{i} = -i \quad \text{したがってゲイン} = 1、\text{位相} 90^\circ$$

8 . 12 (ベクトル軌跡)  $j = \sqrt{-1}$ 、  $T = 2$ 、  $c = 2$ 、  $k = 2$  の場合の  $\omega = 0 \sim 1000$

$$(1) G = \frac{1}{2j\omega + 1}$$

まず、 $A$  を変数として  $A = 0 \sim 1000$  にたいして  $F = \frac{1}{jA + 1}$  が複素平面上にどのような軌

跡を描くか検討してみよう。  $F$  を変形して

$$F = \frac{1}{jA + 1} = \frac{1}{A^2 + 1} - j \frac{A}{A^2 + 1}$$

実部を  $x$ 、虚部を  $y$  とおくと、

$$x = \frac{1}{A^2 + 1} \quad y = \frac{-A}{A^2 + 1}$$

$x$ 、 $y$  の関係を求めると、

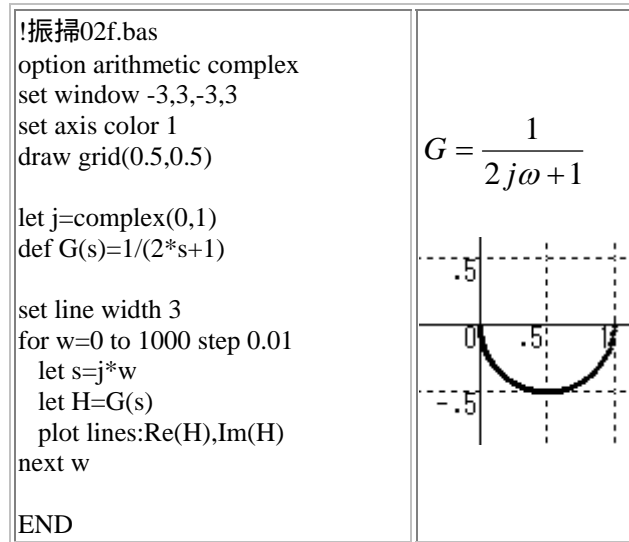
$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$$

これは、軌跡が  $(1/2, 0)$  を中心とする半径  $1/2$  の円であることを示し、 $A > 0$  の場合は  $x$  軸より下の半円であることがわかる。

$\omega = 0$  の場合は  $G = \frac{1}{2j\omega + 1} = 1$ 、  $\omega \rightarrow \infty$  の場合は  $G = \frac{1}{2j\omega + 1} = 0$  であるから、

$G = \frac{1}{2j\omega + 1}$  は  $(0, 0)$   $(0, 0)$  を通る  $(1/2, 0)$  を中心とする下半円の軌跡を描くことがわかる。

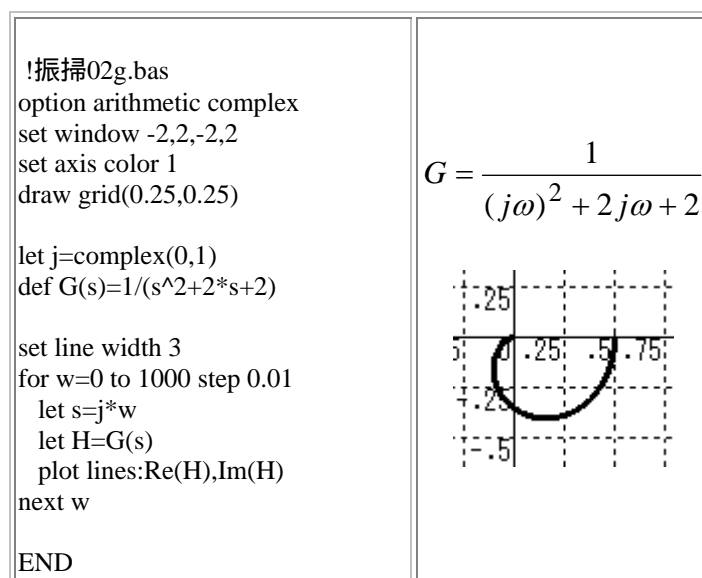
プログラムして作図する場合は



( 2 )

これは、数点を筆算で計算して、プロットする必要がある。

プログラムして作図する場合は



8 . 1 3 ( 3相誘導モータの円線図 )

$j = \sqrt{-1}$ 、 $r_1 = 1.5$ 、 $r_2 = 1.5$ 、 $x_1 = 10$ 、 $x_2 = 10$  の場合のスリップ  $s = 0.0001$  1 に

たいする  $G = \frac{1}{r_1 + \frac{r_2}{s} + j(x_1 + x_2)}$  のベクトル軌跡

まず、 $A$  を変数として  $A = 0$  にたいして  $F = \frac{1}{A + j}$  が複素平面上にどのような軌

跡を描くか検討してみよう。  $F$  を変形して

$$F = \frac{1}{A + j} = \frac{A}{A^2 + 1} - j \frac{1}{A^2 + 1}$$

実部を  $x$ 、虚部を  $y$  とおくと、

$$x = \frac{A}{A^2 + 1} \quad y = \frac{-1}{A^2 + 1}$$

$x$ 、 $y$  の関係を求めると、

$$x^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

これは、軌跡が  $(0, -1/2)$  を中心とする半径  $1/2$  の円であることを示し、 $A > 0$  の場合は  $y$  軸より右の半円であることがわかる。

$s = 0$  の場合は  $A =$  に相当し  $G = \frac{1}{r_1 + \frac{r_2}{s} + j(x_1 + x_2)} = 0$ 、 $s = -1$  の場合は  $A = 0$

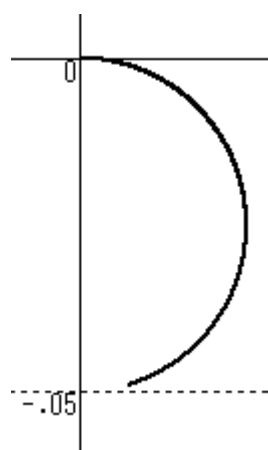
に相当し  $G = \frac{1}{r_1 + \frac{r_2}{s} + j(x_1 + x_2)} = -0.05i$ 、で、軌跡は  $(0, 0)$   $(0, -0.05)$  を通る

$0.025$  を中心とする右半円の上にあることがわかる。

$s = 1$  を代入して  $G = \frac{1}{r_1 + \frac{r_2}{s} + j(x_1 + x_2)} = 7 \cdot 10^{-3} - 0.049i$  が求められるので、 $s =$

$0.0001$  1 に対する軌跡は右半円上の  $(0, 0)$  から  $(0.007, -0.049)$  までを描く

プログラムして作図する場合は



```
!振掃 02e.bas
option arithmetic complex
set window -3,3,-3,3
set axis color 1
draw axes
let j=complex(0,1)
let r1=1.5
let r2=1.5
let x1=10
let x2=10
def F(s)=r1+r2/s+j*(x1+x2)

set line width 2
for s=0.0001 to 1 step 0.0001
  let H=1/F(s)
  plot lines:Re(H),Im(H);
next s
END
```