

本教科書「実践の応用数学」の特徴

ストーリーの流れ

(1)

オイラーの公式からスタートする。複素数は複素平面にプロットされる。極表示では絶対値と角度をもつ。極表示は複素数の乗除の計算に威力をもつ。複素数の多項式を分母におくと、この関数（実は伝達関数にもなる）の絶対値は複素平面上に曲平面をつくる。

この曲平面には極の位置に、天まで届く山ができる。ピークのできる位置はもとの多項式 = 0 とおいた方程式の根の位置である。

(2)

正則な複素数の関数は複素ポテンシャルそのものである。関数の実部は速度ポテンシャルで、虚部は流線をしめす。

速度ポテンシャルは複素平面上に表紙の画像のような曲平面としてイメージをあたえる。

(3)

この曲平面はスカラー場をあらわし、その勾配は複素平面に2次元のベクトル場を形成する。このベクトル場は流体場、放射線場、電場、磁場などにおける2次元問題の場そのものである。

(4)

2次元流体での基本的な複素ポテンシャルの1例は吹き出し(源)である。この関数は無限に長い蛍光灯のような光源の周囲の明るさの分布とイメージすればよい。水の場合にはプールの中で、無数に穴のあいたホースが垂直にあり、水がホースの長さにわたって均等に噴出しているときの水流の状態とイメージしてもよい。吸い込みは吹き出しにマイナスの係数を掛けたものと思えばよい。

(5)

2次元流体での基本的な複素ポテンシャルのもうひとつの1例は渦である。この関数は垂直に伸びる電線に直流電流が流れているその周りの磁界をイメージする。

水の場合にはプールの中で、細い回転する棒が垂直にあり、周囲の水がつかまわりしているときの水流の状態とイメージしてもよい

(6)

関数の一周積分は流体の吹き出しまたは渦から容易に「2」の係数をもつか「0」になるかをイメージすることができて、これは翼の揚力計算あるいはフ

ーリエ・ラプラス逆変換へとつながってゆく。

(7)

フーリエ変換はまずラジオの周波数をあわせるイメージから出発する。ラジオが身体を $\sin t$ の に共振するように変身することで、放送波の を受信することができる。

フーリエ係数の求め方はラジオの同調のイメージの延長線上にある。

(8)

正弦波から複素数に話を拡張して、フーリエ変換にいたる。 フーリエ変換によって振動するシステムの運動方程式から周波数伝達関数がもとめられる。この関数は、多項式を分母とした関数で、その絶対値のつくる複素平面上の曲平面となることは本書の最初で見た。

この曲平面の虚軸を通る垂直面での切断面がボード線図の元となる。横軸に をとり縦軸に周波数伝達関数の絶対値をとることで作るボード線図は、振動するシステムのシミュレーション結果と一致する。

(9)

入力・出力で大切な役割を果たす合成積は断続的にあたえられるインパルスの結果として、確実にイメージしたのち、一般式として理解する。

(10)

ベクトルは内積・外積の定義からはじまり、曲線、速度、加速度、法線と進む。3ベクトルを稜線とする平行六面体の公式は以後のトピックスにたびたび出てくるので覚えることが必要である。

(11)

2次元ベクトル場は複素数平面で出てきた吹き出しと渦からスタートする。これらの2次元ベクトル場は複素数平面におけるベクトル場と同じものであった。

(13) 2次元の吹き出しから3次元の吹き出しへと進む。 太陽をイメージしよう。 このベクトル場は流体場、放射線場、電場、磁場などにおける3次元問題の場そのものである。 またこの場はポテンシャルエネルギー場をも提供する。

(14)

3次元になって、複素数関数では出会わなかった回転のコンセプトが登場する。竜巻のモデルは回転を取り巻く渦とのコンビネーションで、これは直流電流の導線内と導線外まわりの磁場のモデルと同じであることをイメージとしてはっきり認識する。

本教科書が英語で書かれている理由

(1)

本教科書での英語の語彙は狭い範囲にかぎられている。また文章も極めて短いシンプルなものとしている。英語を実用として使うには絶好のチャンスである。

(2)

就職あるいは進学すれば、いずれ使うことになる用語に満ちている。今から慣れておくのがよい。

(2)

英語の嫌いな諸君は私のホームページの「虎の巻」を見てください。問題に対する解答、補足説明のほかに、各章ごとに英単語ノートをつける。本書には大きなスペースがあるので、わからない英単語の上に訳を書きとめておけばよい。

BASIC プログラミングを推奨する理由

(1)

本書の問題はほとんど筆算で解けるべきではあるが、グラフなど、パソコンに描かせたほうがよいものもある。

(2)

筆算でといた解答のほとんどは BASIC プログラミングによって、検算するのがよい。

(3)

頭だけの論理にはだまされるおそれがある。自分の理解が本当か BASIC による検算、グラフなどによって確かめ、理解を強固にしなければならない。

(4)

BASIC は単なるシンプルな英語の短文の集まりで習熟に時間がかからない。数学のトピックスの論理的シーケンスとして、プログラムすることは主題の本質を理解する上で強力な道具となる。

(5)

BASIC でのプログラムには公式のようにそれ自身で論理のすじみちを語らせることができる。(計算手順を言葉で説明するかわりに。)

単なる説明文と考えればよい。

十進 BASIC を推奨する理由

(1)

フリーソフトで簡単にインターネットからダウンロードできる。 家庭で独習するのに適している。

(2)

プログラミングが簡単で、直感的に理解できる。

(3)

グラフ機能が使いやすい。 ベクトル場の図なども簡単なプログラムで描ける。

(4)

複素数の計算ができる。 複素関数の計算、写像などが簡単に行える。

(5)

マトリックスの計算ができる。 したがって、力学でのベクトルの問題、振動の問題など行列、ベクトルのかかわっているものにたいしてきわめて有効である。