

第 8 章 入力と出力

8 . 3

(1) $t = 5$ 直後の Output は Functions $u(t)$ と $g(t)$ の Convolution $u * g$ は

$u * g = u(0)g(5) + u(1)g(4) + u(2)g(3) + u(3)g(2) + u(4)g(1) + u(5)g(0)$ に数値 $u(t)$ と関数 $g(t)$ を代入して

$$u * g = 0e^{-1} + 0.1e^{-0.8} + 0.4e^{-0.6} + 0.6e^{-0.4} + 0.8e^{-0.2} + 1e^{-0}$$

(2) Convolution $g * u$ は

$g * u = g(0)u(5) + g(1)u(4) + g(2)u(3) + g(3)u(2) + g(4)u(1) + g(5)u(0)$ に関数 $g(t)$ と数値 $u(t)$ とを代入して

$$g * u = e^{-0} \cdot 1 + e^{-0.2} \cdot 0.8 + e^{-0.4} \cdot 0.6 + e^{-0.6} \cdot 0.4 + e^{-0.8} \cdot 0.2 + e^{-1} \cdot 0$$

8 . 4 一般化して Convolution を Integral の形であらわせば

ラプラス変換で使う場合

$$f * g = \int_0^t f(x)g(t-x)dx$$

$$g * f = \int_0^t g(x)f(t-x)dx$$

フーリエ変換で使う場合

$$f * g = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)g(t-x)dx$$

$$g * f = \int_{-\infty}^{\infty} g(x)f(t-x)dx$$

教科書中の Image によって確認すること。

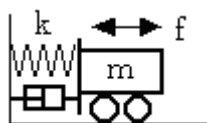
8 . 5 周波数伝達関数 Frequency transfer function

Output function が $g(t)$ のシステムに Periodic function $e^{i\omega \cdot t}$ の Input を加えると、その

Output $y(t)$ は $y(t) = e^{i\omega \cdot t} \cdot G(i\omega)$ となることの証明。

ここで、晴れて $G(i\omega)$ が周波数伝達関数 Frequency transfer function に任命される。

8 . 8



答 周波数伝達関数 $G(i \cdot \omega) = \frac{1}{m(i\omega)^2 + c(i\omega) + k}$

8 . 9 $\omega = 1$ [rad/s]、 $m = 1$ [kg]、 $k = 1$ [N/m]、 $c = 1$ [Ns/m]のときのゲインと位相。

$$G = \frac{1}{i^2 + i + 1} = \frac{1}{i} = -i \quad \text{したがってゲイン} = 1、\text{位相} 90^\circ$$

8 . 12 (ベクトル軌跡) $j = \sqrt{-1}$ 、 $T = 2$ 、 $c = 2$ 、 $k = 2$ の場合の $\omega = 0 \sim 1000$

(1) $G = \frac{1}{2j\omega + 1}$

まず、 A を変数として $A = 0$ にたいして $F = \frac{1}{jA + 1}$ が複素平面上にどのような軌

跡を描くか検討してみよう。 F を変形して

$$F = \frac{1}{jA + 1} = \frac{1}{A^2 + 1} - j \frac{A}{A^2 + 1}$$

実部を x 、虚部を y とおくと、

$$x = \frac{1}{A^2 + 1} \quad y = \frac{-A}{A^2 + 1}$$

x 、 y の関係を求めると、

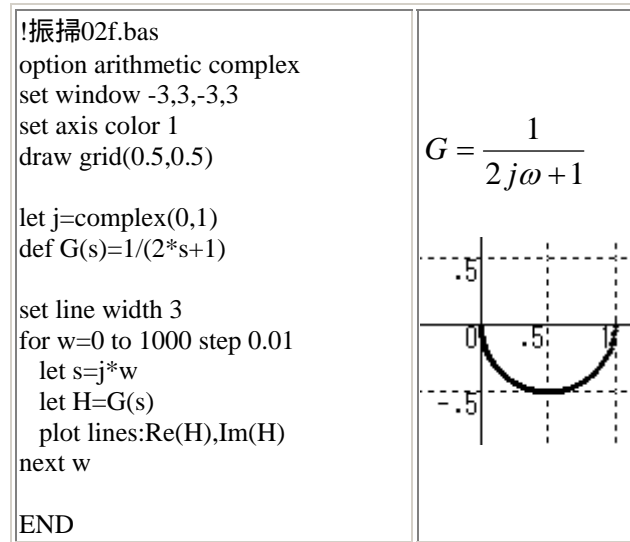
$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4}$$

これは、軌跡が $(1/2, 0)$ を中心とする半径 $1/2$ の円であることを示し、 $A > 0$ の場合は x 軸より下の半円であることがわかる。

$\omega = 0$ の場合は $G = \frac{1}{2j\omega + 1} = 1$ 、 $\omega \rightarrow \infty$ の場合は $G = \frac{1}{2j\omega + 1} = 0$ であるから、

$G = \frac{1}{2j\omega + 1}$ は $(0,0)$ $(0,0)$ を通る $(1/2,0)$ を中心とする下半円の軌跡を描くことがわかる。

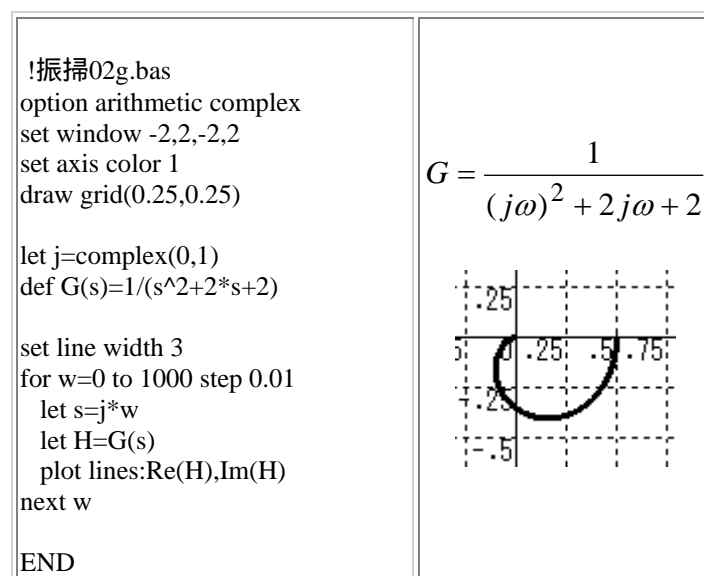
プログラムして作図する場合は



(2)

これは、数点を筆算で計算して、プロットする必要がある。

プログラムして作図する場合は



8.13 (3相誘導モータの円線図)

$j = \sqrt{-1}$ 、 $r_1 = 1.5$ 、 $r_2 = 1.5$ 、 $x_1 = 10$ 、 $x_2 = 10$ の場合のスリップ $s = 0.0001$ 1 に

たいする $G = \frac{1}{r_1 + \frac{r_2}{s} + j(x_1 + x_2)}$ のベクトル軌跡

まず、 A を変数として $A = 0$ にたいして $F = \frac{1}{A + j}$ が複素平面上にどのような軌

跡を描くか検討してみよう。 F を変形して

$$F = \frac{1}{A + j} = \frac{A}{A^2 + 1} - j \frac{1}{A^2 + 1}$$

実部を x 、虚部を y とおくと、

$$x = \frac{A}{A^2 + 1} \quad y = \frac{-1}{A^2 + 1}$$

x 、 y の関係を求めると、

$$x^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

これは、軌跡が $(0, -1/2)$ を中心とする半径 $1/2$ の円であることを示し、 $A > 0$ の場合は y 軸より右の半円であることがわかる。

$s = 0$ の場合は $A =$ に相当し $G = \frac{1}{r_1 + \frac{r_2}{s} + j(x_1 + x_2)} = 0$ 、 $s = -1$ の場合は $A = 0$

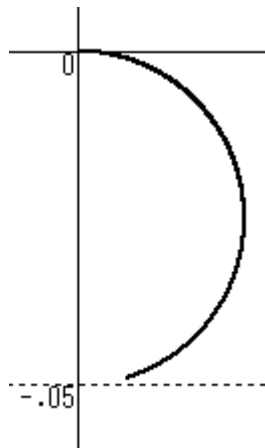
に相当し $G = \frac{1}{r_1 + \frac{r_2}{s} + j(x_1 + x_2)} = -0.05j$ 、で、軌跡は $(0, 0)$ $(0, -0.05)$ を通る

0.025 を中心とする右半円の上にあることがわかる。

$s = 1$ を代入して $G = \frac{1}{r_1 + \frac{r_2}{s} + j(x_1 + x_2)} = 7 \cdot 10^{-3} - 0.049j$ が求められるので、 $s =$

0.0001 1 に対する軌跡は右半円上の $(0, 0)$ から $(0.007, -0.049)$ までを描く

プログラムして作図する場合は



```
!振掃 02e.bas
option arithmetic complex
set window -3,3,-3,3
set axis color 1
draw axes
let j=complex(0,1)
let r1=1.5
let r2=1.5
let x1=10
let x2=10
def F(s)=r1+r2/s+j*(x1+x2)

set line width 2
for s=0.0001 to 1 step 0.0001
  let H=1/F(s)
  plot lines:Re(H),Im(H);
next s
END
```