

問題 1

(a) 風車の出力を計算するためには、エネルギー保存法則（タービン）

$$p_1 \cdot A_1 \cdot v_1 + \dot{m} \cdot g \cdot z_1 + \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot v_1^2 = W_{out} + p_2 \cdot A_2 \cdot v_2 + \dot{m} \cdot g \cdot z_2 + \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot v_2^2.$$

を変形して

$$W_{out} = p_1 \cdot A_1 \cdot v_1 - p_2 \cdot A_2 \cdot v_2 + \dot{m} \cdot g \cdot (z_1 - z_2) + \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot (v_1^2 - v_2^2)$$

において、流れ動力 flow power の差とポテンシャル動力 potential power の差の項は考えずに、運動動力 kinetic power の差の項だけを考える。

$$W_{out} = \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot (v_1^2 - v_2^2)$$

ここで、風車の前方の風速 v_1 は判明しているが、風車のすぐ後の風速 v_2 は不明なので、（これは風車の設計等によって異なる）効率 η なる係数を導入して次のような式で計算する。

$$W_{out} = \eta \cdot \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot v_1^2$$

では、早速この問題に取りかかろう。

$$d := 80 \quad (\text{m}) \quad A := \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \quad (\text{m}^2) \quad v_1 := \frac{30000}{60 \cdot 60} \quad (\text{m/s})$$

$$\rho = 1.2 \quad (\text{kg/m}^3) \quad \dot{m} = \rho A v_1 = 5.027 \cdot 10^4 \quad (\text{kg/s})$$

$$\eta = 0.35 \quad W_{out} = \eta \cdot \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot v_1^2 = 6.109 \cdot 10^5 \quad (\text{W})$$

答え 610.9 kW

(b) タービンブレードが一回転する場合の先端の移動距離は d だから、タービンブレード先端の周速度は

$$n := 20 \quad (\text{rpm}) \quad \text{tipspeed} := \pi \cdot d \cdot \frac{n}{60} \quad \text{tipspeed} = 83.776 \quad (\text{m/s})$$

(c) 電力売値が ¥60/(kWh) の場合の年間収入は

$$\text{revenue} := 60 \cdot \frac{W_{out}}{1000} \cdot 24 \cdot 365 \quad \text{revenue} = 3.211 \cdot 10^8 \quad (\text{yen})$$

問題 2

(a)

$$d := 80 \text{ (m)} \quad A := \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \quad (\text{m}^2) \quad v_1 := \frac{25000}{60 \cdot 60} \quad (\text{m/s})$$

$$\rho = 1.2 \quad (\text{kg/m}^3) \quad \dot{m} = \rho A v_1 = 4.198 \cdot 10^4 \quad (\text{kg/s})$$

$$\eta = 0.35 \quad W_{\text{out}} = \eta \cdot \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot v_1^2 = 3.535 \cdot 10^5 \quad (\text{W})$$

答え 353.5 kW

(b) ブレード先端周速は

$$\text{tipspeed} := \pi \cdot d \cdot \frac{20}{60} \quad \text{tipspeed} = 83.776 \quad \text{m/s}$$

(c) 年間収入は

$$\text{revenue} := 0.06 \cdot \frac{W_{\text{out}}}{1000} \cdot 24 \cdot 365 \quad \text{revenue} = 1.858 \cdot 10^5 \quad (\text{dollars})$$

問題 3

風車 1 基あたりの発電動力は

$$d := 10 \text{ (m)} \quad A := \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \quad (\text{m}^2) \quad v_1 := 12 \quad (\text{m/s})$$

$$\rho = 1.2 \quad (\text{kg/m}^3) \quad \dot{m} = \rho A v_1 = 1.131 \cdot 10^3 \quad (\text{kg/s})$$

$$\eta = 0.35 \quad W_{\text{out}} = \eta \cdot \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot v_1^2 = 2.85 \cdot 10^4 \quad (\text{W}) = 28.5 \quad (\text{kW})$$

400 kW まかなうのに必要な風車の数は

$$\frac{400}{28.5} = 14.035 \quad \blacksquare$$

風車の数に小数点以下はありえないので、この場合は 15 基必要と答えるべきであろう。

問題 4

風車の出力は

$$W_{out} = \eta \cdot \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot v_1^2$$

これに $\dot{m} = \rho A v_1$ と $A = \frac{\pi}{4} d^2$ を代入すると

$$W_{out} = \eta \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot v_1^3 = \eta \cdot \frac{\pi}{8} \rho \cdot d^2 \cdot v_1^3$$

したがって、風車の出力は風速の3乗とブレード直径の2乗に比例する。

問題 5

風車の出力の公式は

$$W_{out} = \eta \cdot \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot v_1^2$$

これに $\dot{m} = \rho A v_1$ と $A = \frac{\pi}{4} d^2$ を代入すると

$$W_{out} = \eta \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot v_1^3 = \eta \cdot \frac{\pi}{8} \rho \cdot d^2 \cdot v_1^3$$

ここで、 W_{out} 、 d 、 v_1 がわかっていて、 η を求める問題となる。

$$W_{out} := \frac{3.5 \cdot 10^6 \cdot 10^3}{365 \cdot 24} \quad W_{out} = 3.995 \cdot 10^5 \quad (\text{W}) \quad (\text{N/s})$$

$$v_1 := \frac{25 \cdot 10^3}{60 \cdot 60} \quad v_1 = 6.944 \quad (\text{m/s})$$

ゆえに

$$d := 80 \quad (\text{m}) \quad \rho := 1.2 \quad (\text{kg/m}^3) \quad \eta := \frac{W_{out}}{\rho \cdot \frac{\pi}{8} \cdot d^2 \cdot v_1^3} \quad \eta = 0.396$$

風車の平均効率 η は Betz の法則によって、 $\eta = 0.59$ 以上にはならない。